تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیرمدور با روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته*

(یادداشت پژوهشی)

مهدی زارع مهرجردی[۱]   اصغر دشتی رحمت‌آبادی[۲]

چکیده روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته (Generalized Differential Quadrature (GDQ) Method)، یک روش حل عددی مرتبه بالاست. در این روش برخلاف سایر روش‌های عددی از مقادیر تابع آزمایشی مورد استفاده بر روی تمامی نقاط دامنه مسأله، برای حدس مقادیر مشتق تابع مجهول اصلی استفاده می‌گردد. به همین دلیل این روش نسبت به سایر روش‌های عددی موجود نظیر روش اجزای محدود ((Finite Element Method (FEM)) و تفاضل محدود ((Finite Difference Method (FDM)) سرعت هم‌گرایی بالاتری را در دست‌یابی به نتایج با دقت یکسان ارایه می‌نماید. در بررسی حاضر از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته برای تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیرمدور (Circular and Non Circular Hydrodynamic Journal Bearings) دو–لب و سه–لب (Two and Three Lobe) تحت روان‌کاری با سیال تراکم ناپذیر در شرایط گوناگون نصب و طراحی استفاده شده است. مقایسه بین نتایج مربوط به یاتاقان‌های مورد بررسی در شرایط عادی نصب و مونتاژ با نتایج موجود از مراجع گویای دقت بالا، عملکرد مناسب الگوریتم طراحی شده و هم‌گرایی سریع‌تر روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته نسبت به سایر روش‌های حل عددی فوق می‌باشد. در ادامه تاثیر زوایای نصب و انحراف (Mount and Tilt Angles) بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از بررسی، نشان از تغییرات چشم‌گیر در عملکرد یاتاقان‌های غیرمدور برخلاف انواع مدور مشابه با تغییر در شرایط نصب و مونتاژ آنها دارد.

واژه‌های کلیدی حل عددی، روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته، یاتاقان ژورنال، مدور و غیرمدور، روان‌کاری هیدرودینامیکی، زوایای نصب و انحراف

Hydrodynamic Analysis of Circular and Non-Circular Journal Bearings Using Generalized Differential Quadrature Method

M. Zare-Mehrjardi   A.D. Rahmatabadi

Abstrac *This paper presents the application of the generalized differential quadrature (GDQ) method for the hydrodynamic analysis of circular and noncircular, two lobe and three lobe, journal bearings. GDQ is a simple, efficient, high-order numerical technique and it uses the information on all grid points to approach the derivatives of the unknown function. The effectiveness of the solution technique is verified by comparing the GDQ computed results with that of analytical solutions and FDM results from the published literature. It is found that GDQ method can easily compete with the existing methods of solution of lubrication problems for its analytical simplicity; smaller computer storage requirements and capability of producing accurate results with very high computational efficiency. Also the effects of design and assemble parameters, namely the eccentricity ratio, preload factor, mount and tilt angles on the performance parameters of these bearings have been investigated using GDQ method. Results show that the variation of mount and tilt angles can has variable effects on noncircular lobed journal bearing performance parameters. Among the two types of noncircular bearings considered, the effect of the mount and tilt angles is more significant for two lobe bearings in comparison with the three lobe bearings.*

Key Words Numerical Solution, GDQ Method, Hydrodynamic Lubrication, Journal Bearing, Circular and Noncircular, Tilt and Mount Angles

---

* نسخه‌ی نخست مقاله در تاریخ ۸۸/۲/۸ نسخه پذیرش آن در تاریخ۹۰/۸/۹ و نسخه آماده چاپ آن در تاریخ ۹۰/۹/۲۹ به دفتر نشریه رسیده‌است.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

(۲) دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

مقدمه

اساس تمامی پژوهش‌ها در حوزه روان‌کاری فیلم سیال را، بررسی معادله رینولدز در شرایط مربوط به مسایل گوناگون تشکیل می‌دهد. به همین علت حل این معادله در شرایط مختلف توانسته است موضوع بسیاری از مقالات تحقیقاتی ارایه شده در این زمینه را به خود اختصاص دهد. حل تحلیلی معادله رینولدز تنها در حالاتی که از تقریب یاتاقان طویل و یا بسیار کوتاه (یک بعدی) استفاده گردد، امکان‌پذیر می‌باشد. بنابراین در حالت کلی حل این معادله تنها با استفاده از روش‌های عددی امکان‌پذیر است و این عمل تاکنون با استفاده از روش‌های عددی مختلف انجام شده‌است. ریموندی و بوید در سال ۱۹۵۸ تحلیل یاتاقان‌های هیدرودینامیکی با روان‌کاری تراکم‌ناپذیر را با استفاده از روش تفاضل محدود انجام دادند [1]. در ادامه کاتو و هوری در سال ۱۹۸۸ تحلیل مسایل فوق را با استفاده از روش حل عددی اجزای محدود انجام دادند [2]. تحلیل مسایل مربوط به یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور را اولین بار پینکاس در سال ۱۹۵٦ انجام داد [3]. او در تحقیق خود به تحلیل پارامترهای عملکرد یاتاقان‌های ژورنال بیضوی پرداخت. در ادامه محققین زیادی به پژوهش در حوزه مسایل مربوط به یاتاقان‌های غیرمدور پرداختند. مالیک در سال ۱۹۸۳ موفق به تحلیل یاتاقان‌های ژورنال بیضوی با روش اجزای محدود شد [4]. چاندرا و همکارانش در همان سال حل مربوط به پایداری یاتاقان‌های گازی غیرمدور را برای حالت خطی با استفاده از روش اجزای محدود ارایه نمودند [5]. خونساری و بریوو در سال ۱۹۸۹ عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور هیدرودینامیکی با روان‌کار میکروپلار را بررسی کردند [6]. نیر و سوکاماران در سال ۲۰۰۷ عملکرد یاتاقان‌های ژورنال بیضوی تحت روان‌کاری الاستوهیدرودینامیکی با روان‌کار میکروپلار را بررسی کردند [7]. با توجه به اهمیت سرعت در انجام محاسبات مورد نیاز در تحلیل اکثر مسایل مهندسی از جمله مسایل حوزه روان‌کاری، محققین همواره در پی یافتن روش‌های حل عددی با کارایی بیشتر، ساده‌تر و با سرعت هم‌گرایی بالاتر برای دست‌یابی به نتایج مورد نظر خود بوده‌اند. به همین علت، استفاده از روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته به عنوان یک روش حل عددی مناسب در تحلیل مسایل حوزه روان‌کاری مورد توجه قرار گرفت. روش درون‌یابی‌مشتق، روشی ساده، دقیق و کارا برای حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای‌خطی و غیرخطی همراه با شرایط اولیه و مرزی می‌باشد. این روش اولین بار توسط بلمن و کاستی در سال ۱۹۷۱ معرفی شد [8]. در ادامه نیز پژوهش‌های زیادی در راستای گسترش و تکامل این روش صورت گرفت. سیوان و اسلیپسویچ در سال ۱۹۸٦ این روش را در حل معادلات دیفرانسیل انتگرالی به کار گرفتند [9]. برت و همکارانش نیز در سال ۱۹۸۸ از این روش در تحلیل دینامیکی سازه‌ها بهره جستند [10]. شو و ریچارد در سال ۱۹۹۲ موفق به استخراج یک رابطه بازگشتی جدید برای استخراج ضرایب وزنی در روش درون‌یابی‌مشتق شدند و روند حاصل را روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته نامیدند [11]. مالیک و برت در سال ۱۹۹٤ مسأله مربوط به روان‌کاری پایدار یاتاقان‌های ژورنال را با استفاده از روان‌کارهای تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر مورد بررسی قرار دادند [12]. هم‌چنین زانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۲ نیز تحلیل دسته خاصی از یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی را با استفاده از این روش انجام دادند [13]. رحمت آبادی و همکارانش در سال ۲۰۱۰ استفاده از روش درونیابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته را به حوزه مسایل مربوط به یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی‌غیرمدور تعمیم دادند [14]. آنان در پژوهش خود عملکرد گروهی خاصی از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه‌-لب را مورد بررسی قرار دادند و پارامترهای عملکرد این دسته از یاتاقان‌ها را در شرایط ویژه مورد ارزیابی قرار دادند.

در این پژوهش، پس از تشریح روش درون‌یابی مشتق‌تعمیم‌یافته، از این روش برای تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیر مدور استفاده شده است. با مقایسه نتایج حاصل از الگوریتم طراحی شده با نتایج موجود در مراجع صحت و دقت عملکرد برنامه طراحی شده، مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. پس از تأیید دقت و سرعت هم‌گرایی بالاتر روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته، از روش مذکور برای بررسی عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور در شرایط گوناگون طراحی و مونتاژ استفاده شده است. نتایج نهایی برخلاف نتایج حاصل از یاتاقان‌های ژورنال مدور، امکان دست‌یابی به شرایط مطلوب عملکردی در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور را تنها با ایجاد تغییر در شرایط نصب و مونتاژ ارایه می‌دهند.

روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته

روش درون‌یابی‌مشتق، اغلب برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسایل با ابعاد بیش از یک و نیز با دامنه‌های هندسی غیرمنظم استفاده می‌شود. اما با توجه به شرایط حاکم بر مسأله‌ی حاضر، استفاده از این روش برای تحلیل معادله حاکم بر یک دامنه هندسی مربعی منظم $0 < x < 1$ و $0 < y < 1$ تشریح می‌گردد. براساس قوانین روش درون‌یابی مشتق، مشتقات جزیی یک تابع در هر نقطه‌ای از راستای خاص توسط مجموع وزن‌دار مقادیر تابع در تمامی نقاط گرهی نمونه انتخاب شده در آن راستای خاص به‌دست می‌آید. بنابراین برای مشتق مرتبه nام تابع مفروض $\psi = \psi(x, y)$ می‌توان نوشت:

$$\left.\frac{\partial^n \psi}{\partial x^n}\right|_{x_i, y_j} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(n)} \psi(x_k, y) \qquad (۱)$$

$i = 1, 2, \ldots, N_x$ و $j = 1, 2, \ldots, N_y$

در رابطه فوق N_x و N_y به ترتیب تعداد نقاط گرهی نمونه انتخاب شده در راستای محورهای x و y است. $A_{ij}^{(n)}$ نیز ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه nام تابع $\psi(x, y)$ در راستای محور x و در نقطه $x = x_i$ است. برای تعیین ماتریس ضرایب وزنی می‌بایست از یک تابع تقریب آزمایشی تعریف شده روی دامنه مسأله استفاده نمود. تابع تقریب باید شروط کامل بودن و نیز مشتق‌پذیری تا بالاترین مرتبه مشتق موجود در معادله را به‌صورت هم‌زمان دارا باشد. برحسب نوع مسأله مورد بررسی می‌توان از توابع آزمایشی مختلفی چون توابع تقریب چند جمله‌ای و یا هارمونیک استفاده نمود که در بررسی حاضر از توابع تقریب چند جمله‌ای استفاده شده است. چندجلمه‌ای‌های مورد استفاده از توابع درون‌یابی لاگرانژ به فرم ذیل انتخاب شد.

$$\Phi(X) = \frac{M(X)}{(X - X_k) M^{(1)}(X_k)} \qquad k = 1, 2, \ldots, N_x \qquad (۲)$$

در رابطه فوق

$$M(X) = \prod_{k=1}^{N_x} (X - X_k) \qquad (۳)$$

هم‌چنین $M^{(1)}(X)$ نیز مشتق مرتبه اول تابع $M(X)$ می‌باشد که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$M^{(1)}(X) = \prod_{k=1, k \neq i}^{N_x} (X_i - X_k) \qquad (٤)$$

با جای‌گذاری رابطه (۲) در عبارت (۱) خواهیم داشت:

$$A_{ik}^{(1)} = \frac{M^{(1)}(X_i)}{(X_i - X_k) M^{(1)}(X_k)} \qquad (٥)$$

$i \neq k$ و $k = 1, 2, \ldots, N_x$ و $i = 1, 2, \ldots, N_x$

$$A_{ii}^{(1)} = -\sum_{k=1, i \neq k}^{N_x} A_{ik}^{(1)} \text{ و } i = 1, 2, \ldots, N_x \qquad (٦)$$

شو و ریچاردز در مقالات خود روش بازگشتی زیر را برای محاسبه ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه بالاتر یک تابع در راستای x پیشنهاد کردند [15].

$$A_{ik}^{(r)} = r\left(A_{ii}^{(r-1)} A_{ik}^{(1)} - \frac{A_{ik}^{(r-1)}}{X_i - X_k}\right) \qquad (۷)$$

$i = 1, 2, \ldots, N_x$ و $k = 1, 2, \ldots, N_x$

$r = 1, 2, \ldots, N_x - 1$ و $i \neq k$ و

برای محاسبه درایه‌های قطر اصلی نیز رابطه زیر ارایه گردید.

$$A_{ii}^{(r)} = -\sum_{k=1, i\neq k}^{N_x} A_{ik}^{(r)} \quad , \mathrm{i}=1,2,...,\mathrm{N_x} \qquad (۸)$$

مالیک و برت نیز در بررسی‌های خود نشان دادند برای محاسبه ضرایب وزن مربوط به مشتقات مرتبه بالاتر یک تابع با مشخص بودن ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه اول تابع، می‌توان از رابطه بازگشتی زیر استفاده نمود [12]:

$$A^{(r)} = A^{(1)} A^{(r-1)} \qquad (۹)$$

در رابطه فوق $A^{(r)}$ و $A^{(r-1)}$ و $A^{(1)}$ به ترتیب ماتریس‌های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه rام، مرتبه $(\mathrm{r}-1)$ام و مرتبه اول تابع مورد نظر بر حسب متغیر X می‌باشد.

روش‌های مختلفی برای تعیین مکان نقاط نمونه بر روی دامنه مسأله وجود دارد که در بررسی حاضر از صفرهای جابه‌جا شده چندجمله‌ای چبیشف استفاده شده است.

$$x_i = \frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{(2i-1)\pi}{2N_x}\right) \qquad (۱۰)$$

$$0 < x_i < 1, i = 2,3,..., N_x - 1$$

و

$$\mathrm{x_i} = 0 \quad \mathrm{for} \quad \mathrm{i}=1 \quad , \quad \mathrm{x_i} = 1 \quad \mathrm{for} \quad \mathrm{i} = \mathrm{N_x} \qquad (۱۱)$$

با اندکی تغییر می‌توان دامنه نقاط نمونه فوق را به هر دامنه دیگری تعمیم داد.

برای محاسبه انتگرال از تابع تقریب مورد نظر بر روی دامنه مسأله در روش درون‌یابی مشتق به‌صورت زیر عمل می‌گردد

$$\int_0^1 \psi(x)dx = \sum_{i=1}^{N_x} c_i^{\,x} \psi(x_i) \qquad [12]. \; (۱۲)$$

که $c_i^{\,x}$ نشان‌دهنده ضرایب وزنی معادل جهت محاسبه انتگرال می‌باشد. در صورت استفاده از چندجمله‌ای‌های لژاندر برای تقریب ضرایب وزنی از رابطه ذیل استفاده می‌شود.

$$\sum_{j=1}^{N_x} x_j^{\,k-1} c_j^{\,x} = \frac{1}{k} \quad , \mathrm{k}=1,2,...,\mathrm{N_x} \qquad (۱۳)$$

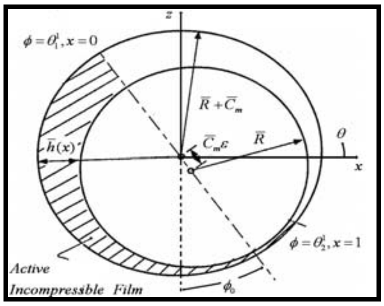
در تحلیل مسایل دوبعدی می‌توان تمامی روابط فوق را در راستای محور y نیز تعمیم داد.

کاربرد

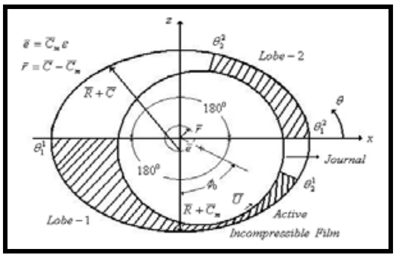
وجود برخی از شرایط ویژه نظیر تقاضا برای به‌کارگیری یاتاقان در سرعت‌های بالاتر، وجود مسایل ارتعاشی به علت کارکرد در سرعت‌های بحرانی، نامتعادل بودن و ایجاد شرایط ناپایداری گاهی سبب می‌گردد تا نیاز به استفاده از یاتاقان‌های ژورنال با اشکال هندسی متفاوت با نوع ساده آن در انواع سیستم‌های مکانیکی دارای اجزای دوار احساس گردد. بر اساس شرایط کاری مختلف تاکنون یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در اشکال مختلف طراحی و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. شکل (۱) یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور دو–لب و سه–لب مورد بررسی در این تحقیق را نشان می‌دهد. در این یاتاقان‌ها حرکت محور در درون فضای یاتاقان سبب ایجاد فشار در لایه روان‌کار قرار گرفته بین سطوح می‌گردد.

در یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی به علت ایجاد پدیده کاویتاسیون که در حین چرخش محور درون یاتاقان ایجاد می‌شود، فشار در قسمتی از فیلم روان‌کار مثبت (فیلم هم‌گرا) و در قسمتی دیگر از فیلم روان‌کار منفی (فیلم واگرا) است. فرضیات متفاوتی برای حل مسأله یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی با روان‌کار تراکم‌ناپذیر ارایه گردید. در این پژوهش از روش شرط مرزی رینولدز برای حل مسأله استفاده می‌شود. استفاده از روش درون‌یابی‌مشتق امکان جای‌گزینی معادلات دیفرانسیل همراه با شرایط مرزی و مقادیر اولیه را با یک دستگاه معادلات جبری خطی فراهم می‌آورد. حل دستگاه مذکور توأم با اعمال

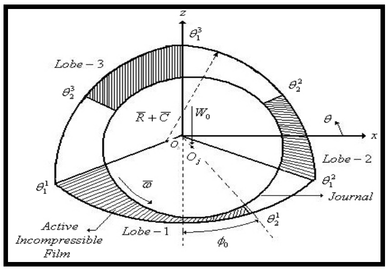
شرایط مرزی مسأله، توزیع فشار مجهول مـورد نظـر را در نقاط نمونه انتخاب شده روی دامنه مسأله بـه‌دسـت می‌دهد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل۱ یاتاقان ژورنال مدور (الف) و غیر مدور دو- لب (ب) و سه-لب (ج)

معادلات حاکم

ضخامت فیلم روان‌کار قرار گرفتـه بـین سـطح داخلـی یاتاقان و سطح بیرونی ژورنال در حال چـرخش درون یاتاقان از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد [16].

$$h_i=\frac{1}{\delta}+\varepsilon\sin\varphi_0\cos\theta+\varepsilon\cos\varphi_0\sin\theta+(\frac{1}{\delta}-1)\cos(\theta-\theta_0^1)\quad,\ i=1,2,...,N_x \tag{۱۴}$$

در این رابطـه $\delta=\bar{C}_m/\bar{C}$ میـزان پـیش‌بارگـذاری اولیه اعمـالی روی یاتاقـان و $\theta_0{}^l$ بیـانگر زاویـه میـان محور x و خط واصل میـان مرکـز هندسـی یاتاقـان و مرکز لب lام می‌باشد.

معادله رینولدز حاکم بر روان‌کاری هیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با سیال تراکم‌ناپذیر در حالت بدون بعد عبارت است از [12]:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+(\frac{\varphi}{2\lambda})^2\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-\frac{3}{4h^2}\left[\left(\frac{dh}{dx}\right)^2+2h\frac{d^2h}{dx^2}\right]\psi-\frac{6\varphi}{h^{3/2}}\frac{dh}{dx}=0 \tag{۱۵}$$

نحوه بی‌بعدسـازی پارامترهـای مـورد اسـتفاده در رابطه فوق در بخش پیوست (جدول ٦) آمـده اسـت. در رابطــه (۱۵) بــه‌جــای اسـتفاده مسـتقیم از پـارامتر فشار (p)، از کمیت ترکیبی ψ ($\psi=ph^{3/2}$) استفاده شده است. علت این امر آن است که در هنگام تحلیـل مسأله در هر نقطه‌ای از فیلم روان‌کار که ضخامت فـیلم سیال کاهش یابد، به تبع آن افزایش فشار روی خواهـد داد. بنـابراین اسـتفاده از تـابع ψ کـه در آن فشـار و ضخامت فیلم با هم در ارتباط بوده و در نتیجه منحنـی تغییرات آن نسبت به تابع p یکنواخت‌تر است، سـبب بهبـود در نتـایج حاصـل از تحلیـل مسـأله و افـزایش سرعت هم‌گرایی روند حل خواهد شد.

شرایط مرزی موجود روی دو انتها و خط‌المرکزین یاتاقان نیز با توجه به نوع مسأله عبارتند از:

$$\psi(0,y)=\psi(1,y)=\psi(x,0)=\psi(x,1)=0 \tag{١٦}$$

به علاوه از آنجا که از روش شرط مرزی رینولـدز برای حل مسأله مـورد نظـر اسـتفاده مـی‌شـود در لبـه انتهایی فیلم فشاری مثبت نیز شرط مرزی زیـر برقـرار است [1]:

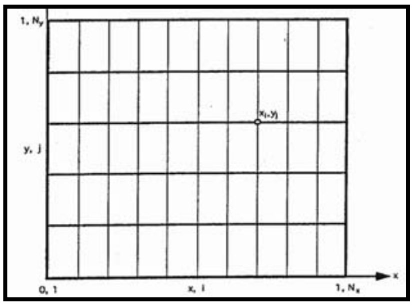
$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|_{x=1}=0 \tag{۱۷}$$

با به‌کارگیری قـوانین روش درون‌یـابی مشـتق بـر معادله (۱۵)، دستگاه معادلات جبری ذیل جهت یـافتن مقادیر مجهول متغیر ψ روی نقاط نمونه انتخاب شـده در دامنه مسأله پدید می‌آید.

$$\sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(2)}\psi_{kj} + \left(\frac{\varphi}{2\lambda}\right)^2 \sum_{k=1}^{N_y} B_{jk}^{(2)}\psi_{il} - \frac{3}{4h_i^2}\left[\left(\frac{dh}{dx}\right)+2h\frac{d^2h}{dx^2}\right]_i \psi_{ij} = \frac{6\varphi}{h_i^{3/2}}\left(\frac{dh}{dx}\right)_i \qquad (۱۸)$$

$i = 1,2,\dots,N_x \qquad j = 1,2,\dots,N_y$

در رابطه فوق $A_{ij}^{(2)}$ و $B_{ij}^{(2)}$ به ترتیب ماتریس‌های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه دوم تابع ψ در جهات x و y هستند. متغیرهای i و j مکان نقاط نمونه (x_i, y_j) روی دامنه مسأله را همان‌گونه که در شکل (۲) نشان داده شده، مشخص می‌نمایند.



شکل ۲ مش‌بندی انجام شده روی دامنه مسأله برای تحلیل با روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته

برخلاف یاتاقان‌های ژورنال مدور که تغییر در مکان قرارگیری محور برای یک نسبت خروج از مرکزی (ε) معین تأثیری بر عملکرد یاتاقان نخواهد داشت، در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور جابه‌جایی در پارامتر مذکور سبب تغییر در عملکرد یاتاقان می‌گردد. بنابراین برای تحلیل یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور ابتدا باید مکان تعادلی مرکز محور را یافت. رهیافت‌های متفاوتی برای نیل به این هدف وجود دارند [17]. در بررسی حاضر از روند تعیین مرکز محور جهت صفر شدن مجموع بارهای قابل حمل توسط لب‌های یاتاقان در جهت محور x استفاده شد. به عبارت دیگر بررسی‌ها تا برآوردن شرط قراردادی زیر ادامه یافت.

$$W_x(\varepsilon, \phi_0) = 0 \qquad (۱۹)$$

پارامترهای عملکرد یاتاقان

با اعمال شرایط مرزی روابط (۱۷ و۱٦) در معادله (۱۸) و حل آن می‌توان مقادیر مجزای ψ را در نقاط نمونه معین شده روی دامنه مسأله محاسبه و از مسیر آنها مقادیر فشار (p) را در نقاط مورد نظر استخراج نمود. پارامترهای عملکرد یاتاقان به شکل بی‌بعد بر روی هر یک از لب‌های آن به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود [1].

الف- مؤلفه‌های بار قابل حمل

۱- مؤلفه بار در امتداد محور افقی (محور x)

$$W_x = \varphi\int_0^1\int_0^1 p\cos\theta\, dx\, dy = \varphi\sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y} c_i^x c_j^y \frac{\cos(\varphi x_i + \theta_1^i)\psi_{ij}}{h_i^{3/2}} \qquad (۲۰)$$

۲- مؤلفه بار در امتداد محور عمودی (محور y)

$$W_y = -\varphi\int_0^1\int_0^1 p\sin\theta\, dx\, dy = -\varphi\sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y} c_i^x c_j^y \frac{\sin(\varphi x_i + \theta_1^i)\psi_{ij}}{h_i^{3/2}} \qquad (۲۱)$$

θ_1^i در روابط فوق به زاویه میان راستای شروع لب مورد نظر با محور x اشاره دارد.

۳- بار کلی قابل حمل توسط هر لب یاتاقان

$$W_l = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \qquad (۲۲)$$

بار کلی قابل حمل توسط یاتاقان (W_{tot}) نیز از جمع برداری مؤلفه‌های بار حاصل از لب‌های یاتاقان و یا جمع جبری مولفه‌های بار در راستای محورهای مختصات قابل دست‌یابی خواهد بود. با داشتن بار قابل حمل توسط یاتاقان می‌توان عدد سامرفیلد را از رابطه $S = 1/\pi W_{tot}$ محاسبه نمود.

ب- زاویه وضعی

$$\theta_0 = \tan^{-1}(W_y/W_x) \qquad (۲۳)$$

ج- آهنگ نشتی روان‌کار

$$Q_s = \frac{(2\pi)\bar{q}_s}{(\bar{C}_m \bar{U} \bar{L})} = \frac{\pi}{12\lambda^2}\int_0^1 (-\varphi h^3 \frac{\partial p}{\partial y})dx = -\frac{\pi}{12\lambda^2}\left(\sum_{i=1}^{N_x} c_i^{x}(-\varphi h_i^{3}\sum_{k=1}^{N_y} B_{jk}^{(1)} p_{ik})\right) \quad (۲۴)$$

د- نیروی اصطکاک تولیدی ناشی از تنش برشی

$$F = \frac{\bar{f}_f \bar{C}_m}{\mu \bar{U} \bar{R}} = \int_0^1\int_0^1 (\frac{h}{2}(\frac{\partial p}{\partial x}) + \frac{\varphi}{h})\,dx\,dy + \int_0^1\int_{\theta_2^i}^{\theta_1^{i+1}} (\frac{h(\theta)}{2}(\frac{\partial p}{\partial \theta}) + \frac{1}{h(\theta)})\,d\theta\,dy = \sum_{i=1}^{N_x}\sum_{j=1}^{N_y} c_i^{x} c_j^{y} (\frac{h_i}{2}\sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(1)} p_{kj} + \frac{1}{h_i}) + \sum_{j=1}^{N_y} c_j^{y}\left(\int_{\theta_2^i}^{\theta_1^{i+1}} (\frac{h(\theta)}{2}(\frac{\partial p}{\partial \theta}) + \frac{1}{h(\theta)})\,d\theta\right) \quad (۲۵)$$

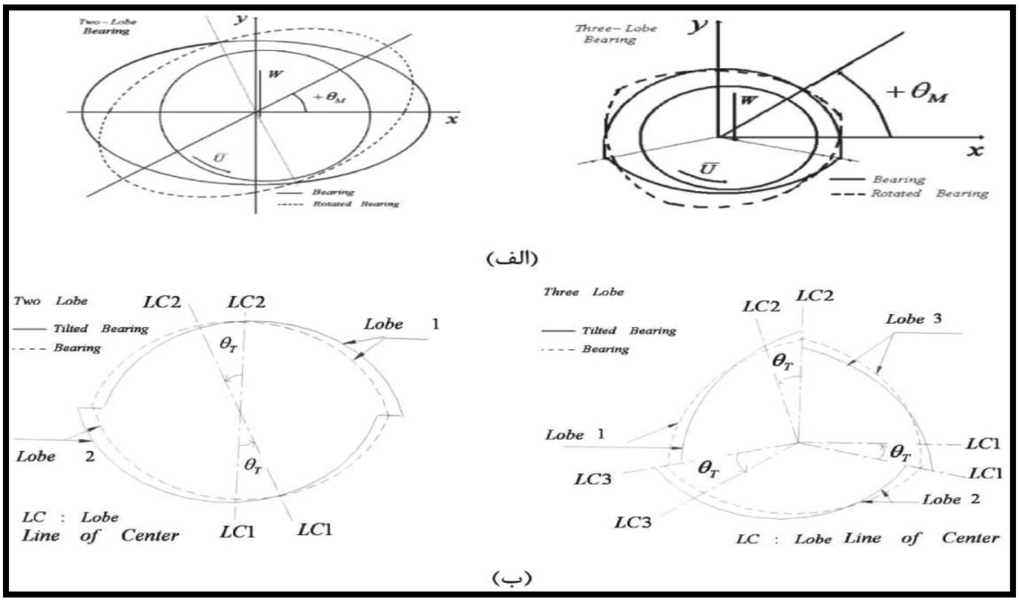
آهنگ نشتی روان‌کار و نیروی اصطکاک کل یاتاقان از جمع جبری مؤلفه‌های حاصل روی هر یک از لب‌های یاتاقان، قابل محاسبه است. هم‌چنین متغیر ضریب اصطکاک کل برای یاتاقان از این رابطه به‌دست می‌آید.

$$f\left(\bar{R}/\bar{C}_m\right) = \sum_{l=1}^{n} F_l \Big/ W_{tot} \quad (۲۶)$$

n = تعداد لب‌های یاتاقان

زوایای نصب و انحراف

برخلاف یاتاقان‌های ژورنال مدور که نحوه قرارگیری آنها بر روی سیستم نهایی تاثیری بر عملکردشان نخواهد داشت، در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نحوه مونتاژ پایانی و مدل تکیه‌گاه طراحی شده روی سیستم دورانی از اهمیت بسزایی برخوردار است. برحسب میزان زوایای نصب و انحراف در لب‌های یاتاقان نسبت به شرایط استاندارد، عملکرد خروجی این دسته از یاتاقان‌ها متفاوت خواهد بود. لیکن در به‌کارگیری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور می‌توان ترکیب‌های متنوعی از شرایط طراحی و نصب را برای دست‌یابی به عملکرد مطلوب به‌کار گرفت. در شکل زیر چگونگی زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نمایش داده شده است.



شکل ۳ یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور (الف) زوایای نصب (ب) انحراف

نتایج، بحث و بررسی

در بررسی حاضر، با توجه به معادله رینولدز مناسب برای استخراج نتایج با استفاده از روش GDQ، از برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار *Matlab* استفاده شد. برنامه نهایی نیز بر روی رایانه‌ای با $CPU\,2.4GHz$ و $RAM\,512Mb$ اجرا شده‌است. برای یافتن مکان انتهایی فیلم فشاری مثبت در یاتاقان ژورنال مدور و هر یک از لب‌های یاتاقان در حالت غیرمدور از روش تکرار استفاده شد و شرط مرزی رینولدز به عنوان عامل تعیین کننده دفعات تکرار لحاظ گردید.

پارامترهای عملکرد مربوط به یاتاقان ژورنال تحت روان‌کاری هیدرودینامیک با روان‌کار تراکم‌ناپذیر بر اساس روابط (۲۶-۲۰) محاسبه می‌شوند. در ابتدا برای تأیید صحت عملکرد برنامه رایانه‌ای آماده شده برای روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته و مزایای استفاده از آن روی مسأله یاتاقان ژورنال مورد بررسی، نتایج حاصل برای برخی از پارامترهای عملکرد با نتایج مشابه به‌دست آمده از حل دقیق در حالت یک بعدی و سایر روش‌های حل عددی در حالت کلی مقایسه گردید. جداول (۴-۱) گویای تطابق مناسب و منطقی بین نتایج حاصل از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته و سایر روش‌های حل تحلیلی و عددی موجود در منابع بوده و صحت عملکرد برنامه طراحی شده را تأیید می‌نماید.

در جداول (۴ و ۳) پارامترهای عملکرد مربوط به یاتاقان ژورنال مدور برای نسبت طول مشخص ارایه شد. نتایج نشان دهنده افزایش بار قابل حمل و نشتی روان‌کار و هم‌چنین کاهش زاویه وضعی و متغیر ضریب اصطکاک با افزایش نسبت خروج از مرکزی در یاتاقان می‌باشد. برای مقایسه عملکرد یاتاقان‌های غیرمدور دو-لب و سه-لب با نوع مدور، عملکرد این دسته از یاتاقان‌ها مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل ارایه گردید.

جدول ۱ نتایج حاصله برای عدد سامرفیلد (S) و زاویه وضعی (θ_0)
روش‌های حل دقیق و درون‌یابی مشتق تعمیم یافته (GDQ)، یاتاقان ژورنال مدور، یک بعدی، $N_x = 11$

ε	S			θ_0		
	حل دقیق	GDQ	خطا٪	حل دقیق	GDQ	خطا٪
0.1	0.241443	0.241460	0.007	69.03	69.03	0.001
0.2	0.123734	0.123734	0.000	66.90	66.90	0.006
0.3	0.083757	0.083766	0.011	64.46	64.47	0.015
0.4	0.062892	0.062905	0.021	61.64	61.63	-0.002
0.5	0.049307	0.049314	0.016	58.30	58.27	-0.041
0.6	0.038950	0.038931	-0.048	54.23	54.18	-0.086
0.7	0.029930	0.029911	-0.062	49.10	49.06	-0.135
0.8	0.021104	0.021080	-0.111	42.18	42.17	-0.002
0.9	0.011511	0.011500	-0.089	31.67	31.64	-0.094

* حل دقیق از [18]

** نحوه محاسبه درصد خطا: $Percentage\ of\ error = \frac{S_{exact} - S_{GDQ}}{S_{exact}} * 100$

برای مقایسه سرعت هم‌گرایی روش درون‌یابی مشتق‌تعمیم‌یافته و سایر روش‌های حل عددی متداول در حوزه روان‌کاری فیلم سیال، برنامه مربوط به این روش‌ها نیز در محیط نرم افزار مورد استفاده، تعمیم داده شد. سرعت هم‌گرایی به نتایج مناسب با درصد خطای معین توسط روش‌های مختلف به ازای ورودی‌های یکسان با یکدیگر مقایسه و نتایج در جدول (۵) ارایه شدند.

نتایج جدول(۵) بیانگر سرعت هم‌گرایی بالاتر روش درون‌یابی‌مشتق‌تعمیم‌یافته نسبت به سایر روش‌های حل عددی متداول و مطرح شده در جدول می‌باشد. این مطلب، بیان‌گر بالاتر بودن مرتبه روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته نسبت به روش‌های مذکور و استفاده از شرایط تمامی گره‌های مجاور یک نقطه نمونه خاص برای تقریب ویژگی‌های تابع خروجی در آن نقطه می‌باشد.

در شکل‌های (۵ و ٤) اثرات پیش‌بارگذاری‌اولیه بر پروفیل فشار در یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بیانگر تقویت پروفیل فشار حاصل با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو–لب و سه–لب می‌باشد.

جدول ۲ نتایج بدست آمده برای زاویه وضعی (θ_0) و بار قابل حمل توسط یاتاقان (W)

روش‌های حل اجزای محدود (FEM) و درون‌یابی مشتق تعمیم یافته (GDQ)،یاتاقان ژورنال غیرمدور سه–لب، $L/D = 0.5$،

$N_y = 7$ ،$N_x = 12$ ،$\delta = 0.5$

ε	θ_0		W	
	FEM	GDQ	FEM	GDQ
0.384	54.41	54.11	0.036	0.039
0.556	52.82	52.85	0.069	0.072
0.694	50.94	50.91	0.122	0.121
0.754	49.72	49.75	0.150	0.156
0.882	45.18	45.28	0.348	0.325

* حل اجزای محدود (*FEM*) از [16]

جدول ۳ نتایج به‌دست آمده برای قابلیت حمل بار (W) و زاویه وضعی (θ_0)

روش‌های حل عددی FDM و درون‌یابی مشتق تعمیم یافته GDQ

یاتاقان ژورنال دو بعدی، $\lambda = 1.0$، $N_x = 11$ و $N_y = 5$

ε	W		θ_0	
	FDM	GDQ	FDM	GDQ
0.1	0.23933	0.23933	79.5	79.46726
0.2	0.50445	0.50367	74.02	73.92042
0.4	1.20572	1.2215	63.10	62.64580
0.6	2.63066	2.6288	50.58	50.61346
0.8	7.13699	7.13107	36.24	36.29922
0.9	16.9313	16.87482	26.45	26.52292

* حل تفاضل محدود [1]

جدول ٤ نتایج حاصله برای متغیر ضریب اصطکاک $f(\bar{R}/\bar{C})$ و دبی نشتی روان‌کار Q_s

روش‌های حل عددی *FDM* و درون‌یابی مشتق تعمیم یافته *GDQ*، یاتاقان ژورنال با طول محدود،

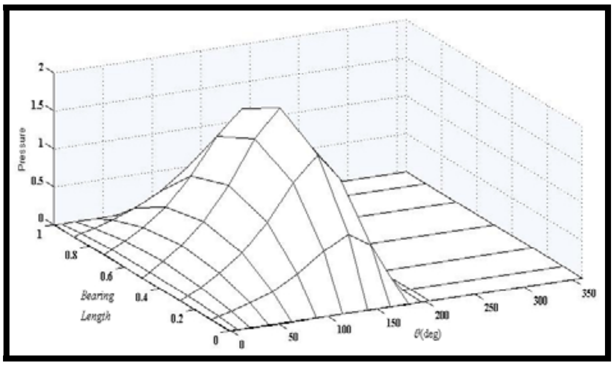
$\lambda = 1.0$، $N_x = 11$ و $N_y = 7$

ε	$f(\bar{R}/\bar{C})$		Q_s	
	FDM	*GDQ*	*FDM*	*GDQ*
0.1	26.4	26.4349	0.5055	0.50476
0.2	12.8	12.8283	1.0052	1.003156
0.4	5.79	5.7899	1.98303	1.983153
0.6	3.22	3.2197	2.9444	2.94517
0.8	1.70	1.7054	3.89004	3.895697
0.9	1.05	1.05523	4.35606	4.369377

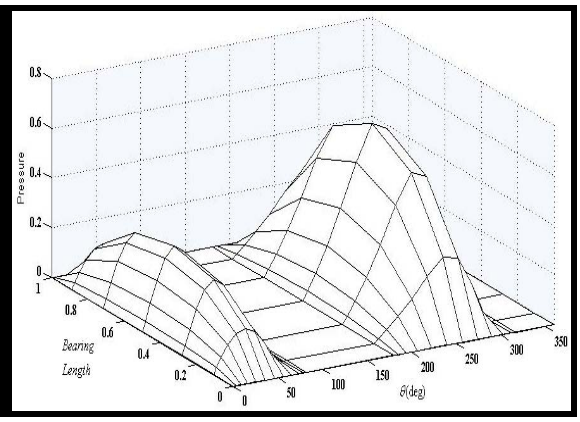
* حل تفاضل محدود [1]

جدول ۵ مقایسه بین زمان لازم برای حصول نتایج

نوع یاتاقان	جدول نتایج مربوطه	روش حل	زمان اجرا
ژورنال مدور	3,4	FDM Trigonometric – series GDQ	0.8 s 0.7 s 0.4 s

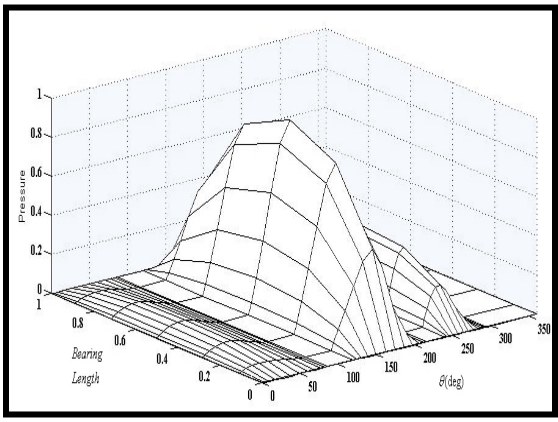


شکل ٤ توزیع فشار محیطی در یاتاقان ژورنال مدور در صفحه طولی میانی یاتاقان، $\varepsilon = 0.5$، $L/D = 1.0$، $\delta = 1.0$



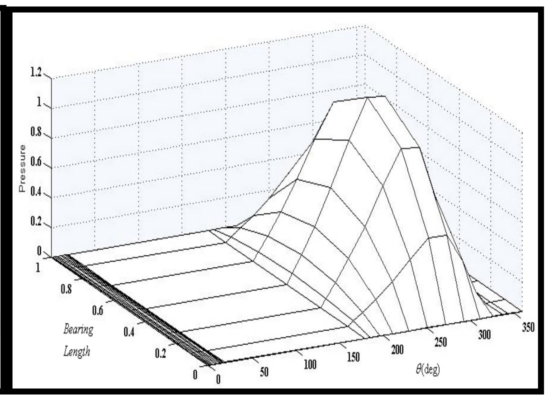
(الف) یاتاقان ژورنال دو-لب

$\delta = 0.5$ ، $L/D = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.5$



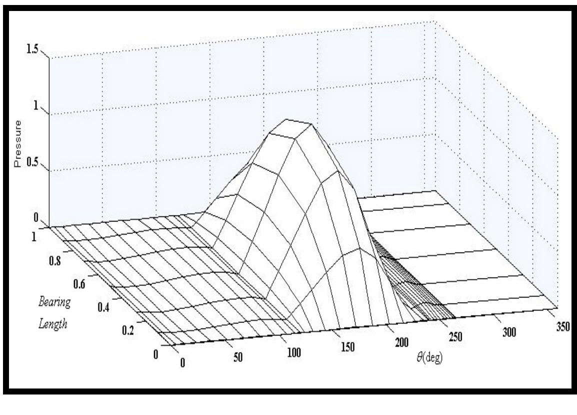
(ب) یاتاقان ژورنال سه-لب

$\delta = 0.5$ ، $L/D = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.5$



(ج) یاتاقان ژورنال دو-لب

$\delta = 0.8$ ، $L/D = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.5$



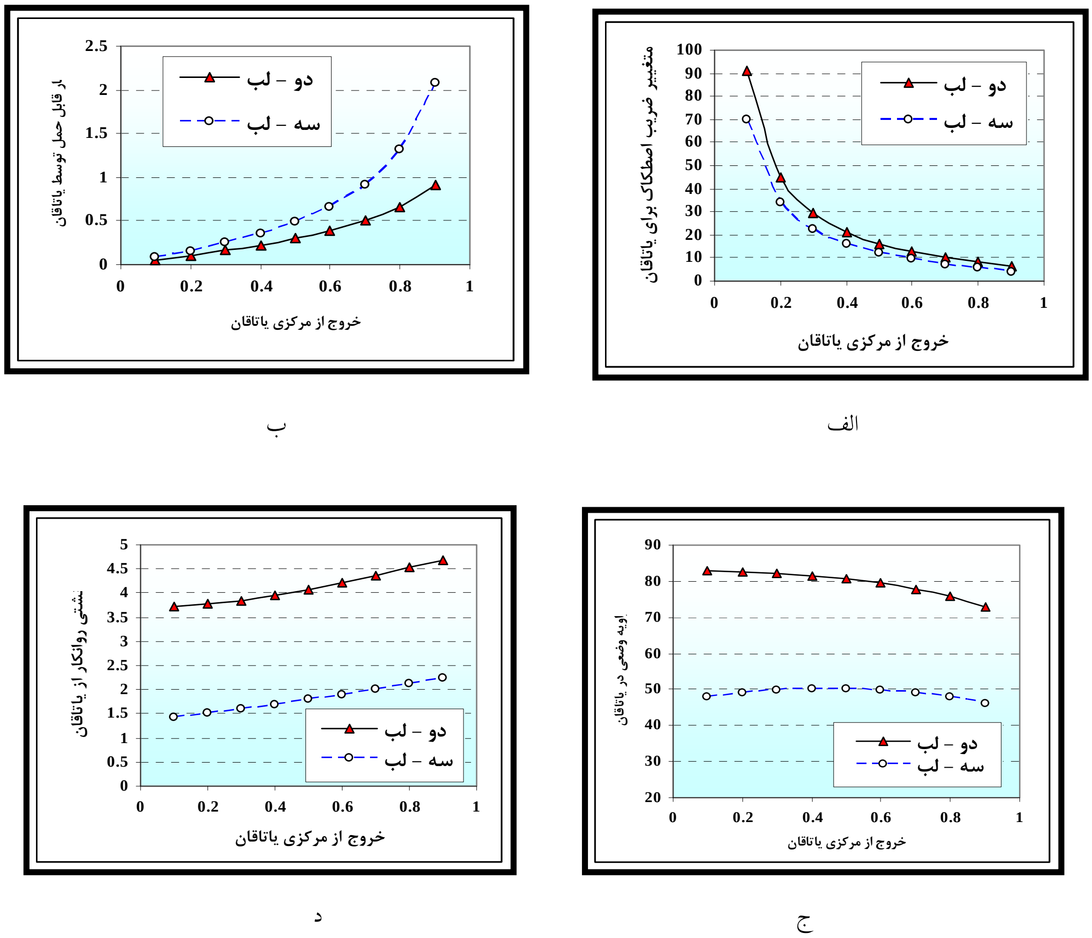
(د) یاتاقان ژورنال سه-لب

$\delta = 0.8$ ، $L/D = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.5$

شکل ٥ بررسی اثر پیش‌بارگذاری اولیه روی پروفیل فشار، روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته، $N_x = 12$ ، $N_y = 7$

شکل (۵) نشان دهنده نزدیکی پروفیل فشار یاتاقان های ژورنال غیرمدور به حالت مدور با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه از ۰ به ۱ می‌باشد. هم‌چنین مقایسه بین یاتاقان‌های دو-لب و سه-لب در شرایط یکسان بیانگر تشکیل فیلم فشاری قویتر در یاتاقان‌های سه-لب برای اکثر مقادیر پیش‌بارگذاری اولیه اعمالی روی یاتاقان می‌باشد. در ادامه، اثر تغییرات خروج از مرکزی در یاتاقان (ε) و میزان پیش‌بارگذاری اولیه اعمال شده روی یاتاقان بر پارامترهای عملکرد، مورد بررسی قرار گرفته است.

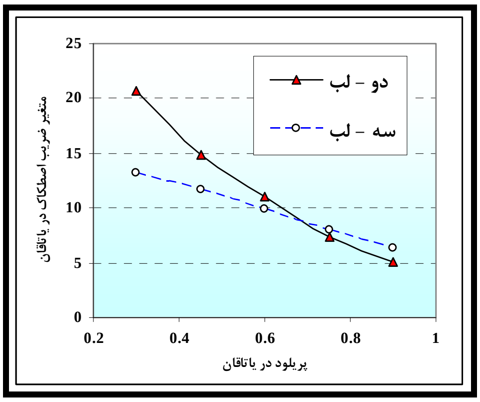
شکل (٦- الف) بار قابل حمل توسط یاتاقان‌های دو-لب و سه-لب را به ازای تغییرات خروج از مرکزی یاتاقان در پیش‌بارگذاری اولیه معین نشان می‌دهد. مقایسه بین نتایج جدول (۳) و شکل (٦- الف) نشان دهنده کاهش قابلیت حمل بار در یاتاقان با غیرمدور شدن یاتاقان می‌باشد. شکل (٦- ب) گویای افزایش متغیر ضریب اصطکاک در یاتاقان‌های غیرمدور نسبت به نوع مدور در شرایط یکسان می‌باشد. شکل (٦- ج) و (٦- د) گویای کاهش نشتی روان‌کار و زاویه وضعی در یاتاقان با افزایش تعداد لب‌های یاتاقان است. از آن‌جا که میزان پیش‌بارگذاری اولیه در یاتاقان‌های غیرمدور از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد و مقدار آن به‌طور مستقیم نشان دهنده میزان غیرمدور شدن یاتاقان است، در ادامه تأثیر تغییرات پیش‌بارگذاری اولیه در یاتاقان بر پارامترهای عملکرد یاتاقان در شرایط معین مورد بررسی قرار می‌گیرد.



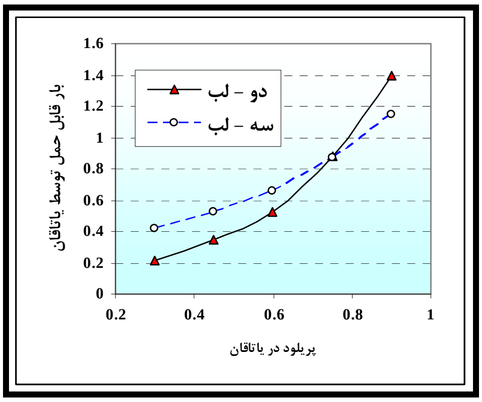
شکل ٦ پارامترهای عملکرد یاتاقان بر حسب نسبت خروج از مرکزی (ε)، $\lambda=1.0$، $\delta=0.4$

الف) متغیرضریب اصطکاک $f\left(\bar{R}/\bar{C}\right)$ ب) بار قابل حمل توسط یاتاقان W ج) زاویه وضعی φ_0 د) نشتی روان‌کار Q_s از یاتاقان

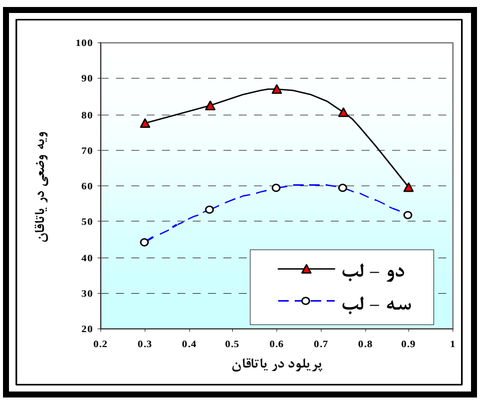
شکل (۷– الف) تغییرات بار قابل حمل توسط یاتاقان را با توجه به پیش‌بارگذاری اولیه اعمالی روی یاتاقان برای خروج از مرکزی و نسبت طول به قطر معین نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه یاتاقان از صفر به یک (پیش‌روی به سمت مدور شدن) قابلیت حمل بار یاتاقان‌های غیرمدور افزایش می‌یابد. به‌طورکلی می‌توان بیان نمود که میزان این بار در اکثر مقادیر پیش‌بارگذاری اولیه در یاتاقان‌های سه–لب بیش از نوع دو–لب می‌باشد. شکل (۷– ب) بیان‌گر کاهش مقدار متغیر ضریب اصطکاک برای یاتاقان‌های غیرمدور دو–لب و سه–لب با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه برای یاتاقان می‌باشد. شکل (۷– ج) گویای بالاتر بودن میزان نشتی روان‌کار از یاتاقان دو–لب برای مقادیر معین پیش‌بارگذاری اولیه نسبت به یاتاقان سه–لب با شرایط یکسان می‌باشد. هم‌چنین شکل (۷– د) بیانگر افزایش میزان زاویه وضعی در یاتاقان‌های غیرمدور دو–لب و سه–لب تا رسیدن به یک پیش‌بارگذاری اولیه معین و کاهش میزان این زاویه با عبور از نقطه مذکور می‌باشد. هم‌چنین با توجه به شکل (۷– د) پایین‌تر بودن میزان زاویه وضعی در یاتاقان‌های دو–لب نسبت به نوع سه–لب در یک پیش‌بارگذاری اولیه خاص بسیار آشکار است. کاهش زاویه وضعی درون یاتاقان بیانگر افزایش پایداری یاتاقان می‌باشد. با مقایسه مابین نتایج شکل (۷– د) و جدول (۳) به‌روشنی مشخص است که با غیرمدور شدن یاتاقان میزان پایداری آن افزایش می‌یابد.



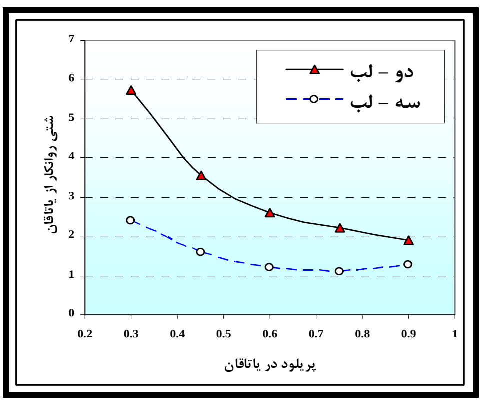
(الف)



(ب)



(ج)

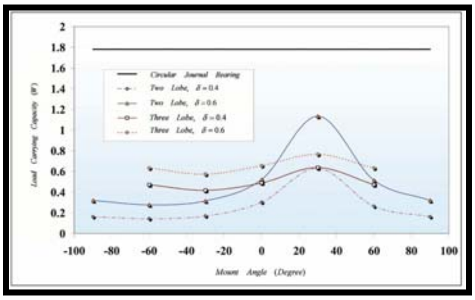


(د)

شکل ۷ پارامترهای عملکرد یاتاقان بر حسب پیش‌بارگذاری اولیه در یاتاقان (δ)، $\lambda = 1.0$، $\varepsilon = 0.5$

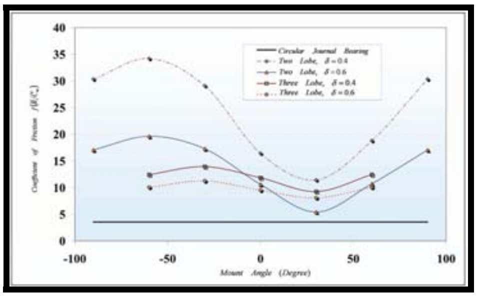
الف) متغیرضریب اصطکاک $f\left(\bar{R}/\bar{C}\right)$ ب) بار قابل حمل توسط یاتاقان W ج) زاویه وضعی ϕ_0 د) نشتی روانکار Q_s از یاتاقان

با توجه تاثیر بسزای چگونگی شرایط نصب و مونتاژ یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بر عملکرد آنها درون سیستم‌های مدور، در ادامه نتایج مربوط به برخی از حالت‌های خاص با استفاده از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته استخراج و ارایه گردیده است. شکل (۸) تاثیر زاویه نصب (θ_M) بر قابلیت حمل بار در یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی را نمایش می‌دهد.



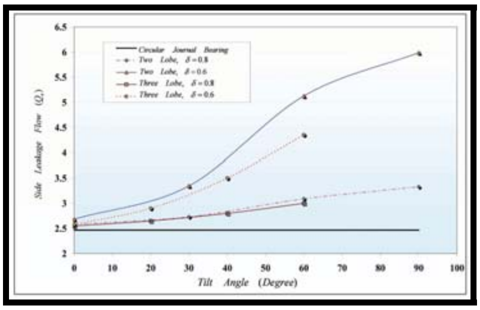
شکل ۸ تغییرات قابلیت حمل بار یاتاقان (W) بر حسب زاویه نصب (θ_M)، $\varepsilon = 0.50$، $\lambda = 1.0$

نتایج، گویای تاثیر عمیق تغییرات زاویه نصب بر قابلیت حمل بار یاتاقان‌های ژورنال دو-لب در مقایسه با انواع سه-لب می‌باشد. شکل (۹) تاثیر زاویه نصب انواع یاتاقان‌های ژورنال مورد بررسی را بر متغیر ضریب اصطکاک در آنها نشان می‌دهد.



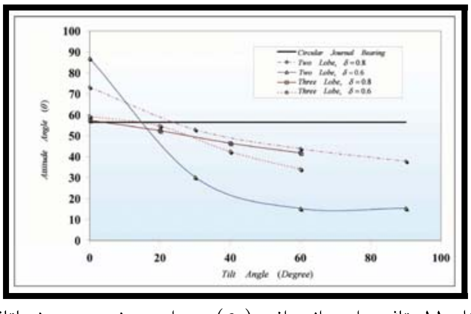
شکل ۹ تاثیر زاویه نصب (θ_M) بر متغیر ضریب اصطکاک $f\left(\overline{R}/\overline{C}_m\right)$ در یاتاقان، $\varepsilon = 0.50$ ، $\lambda = 1.0$

نتایج شکل (۹) گویای امکان دسترسی به شرایط مناسب اصطکاکی در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با ایجاد تغییر در زاویه نصب آنها بر روی مکانیزم به‌کارگیرنده این دسته از یاتاقان‌ها می‌باشد. در این حالت با انتخاب شرایط مناسب جهت کاهش اصطکاک داخلی یاتاقان می‌توان عملکرد آن را بهبود بخشید. نتایج شکل (۱۰) تاثیرات زاویه انحراف بر میزان نشتی روان‌کار از یاتاقان در شرایط کارکرد را نمایش می‌دهد. نتایج شکل مذکور گویای امکان دسترسی به شرایط مطلوب برای کاهش و یا افزایش میزان نشتی روان‌کار از یاتاقان با توجه به شرایط متفاوت کاری نظیر سرعت‌های بحرانی و نیاز به جلوگیری از افزایش حرارت در ناحیه تماس محور و یاتاقان می‌باشد.



شکل ۱۰ تاثیر زاویه انحراف (θ_T) بر میزان نشتی روان‌کار از یاتاقان (Q_s)، $\varepsilon = 0.50$ ، $\lambda = 1.0$

اثر زاویه انحراف بر زاویه قرارگیری مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان با توجه به در نظر گرفتن جهت عمودی برای بارگذاری منتجه درون یاتاقان در شکل (۱۱) مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۱۱ تاثیر زاویه انحراف (θ_T) بر زاویه وضعی درون یاتاقان (θ_0)، $\varepsilon = 0.50$ ، $\lambda = 1.0$

با توجه به اهمیت میزان زاویه وضعی برای حفظ شرایط تعادل و پایداری در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، امکان بهبود شرایط مذکور با تغییر در زاویه انحراف برای انواع یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، حتی با ثابت ماندن شرایط طراحی را نشان می‌دهد. (شکل ۱۱)

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته برای تجزیه و تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور دو-لب و سه-لب در شرایط کارکرد استفاده شد. تاثیر پارامترهای طراحی، نصب و مونتاژ روی عملکرد یاتاقان‌های مذکور مورد ارزیابی قرار گرفت. بررسی‌های انجام شده به‌روشنی گویای موارد ذیل می‌باشد:

- استفاده از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته (GDQ)به جای سایر روش‌های رایج در تحلیل مسایل مربوط به یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، روند حل را آسان نموده و زمان دست‌یابی به نتایج را نسبت به سایر روش‌های حل عددی مورد استفاده در این حوزه، کاهش می‌دهد.
- یکی از قابلیت‌های یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور امکان ارایه عملکرد متنوع در شرایط کارکرد به ازای مجموعه‌ای از پارامترهای طراحی ثابت برای یاتاقان می‌باشد. این انعطاف‌پذیری در گستره یاتاقان‌های ژورنال مدور به چشم نمی‌خورد. لذا عملکرد یک یاتاقان ژورنال غیرمدور با تغییر شرایط نصب و مونتاژ به‌طور کلی متفاوت خواهد شد.
- برای ویژگی‌های طراحی و شرایط عملکرد یکسان تغییرات زاویه نصب تاثیر کمتری در عملکرد یاتاقان‌های سه-لب نسبت به انواع دو-لب دارد. هم‌چنین نتایج بیانگر امکان دست‌یابی به شرایط مطلوب نظیر ظرفیت حمل بار بالا و متغیر ضریب اصطکاک پایین با یک چرخش ۳۰ درجه‌ای در شرایط نصب یاتاقان‌های مورد بررسی می‌باشد.
- تحت شرایط کارکرد یکسان تاثیر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال دو-لب به مرتبه بیش از انواع سه-لب می‌باشد. این تاثیرات به صورت کاهش زاویه مشخصه و افزایش میزان نشتی در عملکرد خروجی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بروز می‌نماید.

فهرست علایم

در جدول زیرکمیت‌های بی‌بعد بدون علامت بار مشخص گردیده‌اند و علامت بار تنها برای نمایش بعددار بودن کمیت مربوطه می‌باشد.

$\overline{C}$	لقی شعاعی متغیر درون یاتاقان ژورنال غیرمدور (m)
$\overline{C}_m$	کمترین میزان لقی شعاعی برای حالتی که مرکز محور و یاتاقان بر هم منطبق هستند.(m)
$\overline{e}$	فاصله میان مرکز یاتاقان و مرکز محور (m)
$\overline{h}$	ضخامت فیلم روان‌کار (m)
f_f	متغیر ضریب اصطکاک
$\overline{R}$	شعاع محور (m)
$\overline{P}$	فشار فیلم سیال (N/m^2)
$\overline{U}$	سرعت خطی ژورنال درون یاتاقان (m/s)
W	قابلیت حمل بار
x, y, z	محورهای مختصات کارتزین منطبق بر مرکز یاتاقان
O_j	مرکز محور
$\overline{L}$	طول یاتاقان(m)
Q_s	دبی نشتی روان‌کار از یاتاقان
O_b	مرکز یاتاقان

علایم یونانی

ε	خروج از مرکزی یاتاقان
λ	نسبت منظری درون یاتاقان ($\overline{L}/2\overline{R}$)
δ	پیش‌بارگذاری اولیه درون یاتاقان($\overline{C}_m/\overline{C}$)
ϕ_0	زاویه بین خط المرکزین یاتاقان و ژورنال با محور z
θ	مختصات زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از محور x
θ_0	زاویه وضعی درون یاتاقان
θ_i^1, θ_i^2	زاویه مابین نقطه شروع i ام نسبت به محور x و پایان لب

پیوست

جدول ٦ پارامترهای بدون بعد

یاتاقان ژورنال ، روان‌کاری تراکم ناپذیر	پارامتر بدون بعد
$\bar{h}/\bar{C}_m$	$h = h(x)$
$\bar{x}/(\bar{R}\varphi_0) = \theta/\varphi_0$	x
$\bar{y}/\bar{L}$	y
$\bar{p}\bar{C}_m^{\,2}/(\mu\bar{U}\bar{R})$	p
$\bar{W}\bar{C}_m^{\,2}/(\mu\bar{U}\bar{L}\bar{R}^2)$	W

مراجع

1. Raimondi, A. A. and Boyd, J.,"A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design", *ASLE Trans, Vol.1*, pp.159-209, (1958).
2. Kato, T. and Hori, Y., "A Fast Method for Calculating Dynamic Coefficients of a Finite Width Journal Bearing with Quasi Reynolds Boundary Condition", *Asme Journal of Tribology*, Vol. 110, pp. 387-393, (1988).
3. Pinkus, O., "Analysis of Elliptical Bearings", *Trans. ASME*, Vol. 16, pp. 965-976, (1956).
4. Malik, M., "A Comparative Study of Some Two-Lobed Journal Bearing Configurations", *ASLE Transactions*, Vol. 26, pp. 118-125, (1983).
5. Chandra, M., Malik, M. and Sinhasan, R.," Comparative Study of Four Gas Lubricated Noncircular Journal Bearing Configurations", *Tribology International*, Vol .16, No. 2, pp. 26-31, (1983).
6. Khonsari, M.M. and Brewe, D.E., "On the Performance of Finite Journal Bearing Lubricated with Micropolar Fluids", *Tribology Transaction*, Vol .32, pp. 155-150, (1989).
7. Prabhakran Nair, K. and Sukamaran, V.P.,"Static and Dynamic Analysis of Elasto-Hydrodynamic Elliptical Journal Bearing with Micropolar Lubricant", *Tribol International*, Vol. 40, pp .297-305, (2007).
8. Bellman, R. and Casti, J.,"Differential Quadrature and Long –term Integration", *Journal* of *Mathematical* Analysis and *Applications*, Vol. 34, pp. 235-238, (1971).
9. Civan, F., and Sliepcevich, C.M.,"Differential Quadrature for Multidimensional Problems", *Journal* of *Mathematical* Analysis and *Applications*,Vol. 101, pp. 423-443, (1977).
10. Bert, C. W., Jang, S. K. and Stritz, A. G., "Two New Approximate Methods for Analyzing Free Vibration of Structural Components", *AIAA J* ,Vol. 26, pp. 612-618, (1988).

11. Shu, C. and Richards, B. E.,"Application of Generalized Differential Quadrature to Solve Two-dimensional Incompressible Navier-stokes Equation", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 15, pp. 791-798, (1992).
12. Malik, M. and Bert, C. W.,"Differential Quadrature Solutions for Steady-state Incompressible and Compressible Lubrication Problems", *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 296-302, (1994).
13. Zhang, Q., Guo, G., and Winoto, S. H., "Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing with GDQ Method", *Magnetic Recording Conference, Digest of the Asia-Pacific, Singapore,* (2002).
14. Rahmatabadi, A. D., Zare Mehrjardi, M. and Fazel, M.R., "Performance Analysis of Micropolar Lubricated Journal Bearings Using GDQ Method",*Tribology Int*, Vol. 43, pp. 2000-2009, (2010).
15. Shu, C. and Richards, B. E., "Parallel Simulation of Incompressible Viscose Flows by Generalized Differential Quadrature", *Comput Syst in Eng*, Vol. 3, pp. 271-281, (1992).
16. Malik, M., Sinhasan, R. and Chandra, M.,"Design Data for Three Lobe Bearing", *ASLE Transactions*, Vol. 24, pp. 345-353, (1981).
17. Malik, M., Chandra, M. and Sinhasan, R.,"Analysis of a Centrally Loaded 120 Deg Partial Porous Journal Bearing Taking Tangential Velocity Slip into Account", *Journal of Mechanical Engineering Science*, pp. 171-178, (1981).
18. Szeri, A. Z., "*Tribology: Friction Lubrication and Wear*", McGraw Hill, New Edition, New York, (1980).